

Для сравнительной оценки друг с другом или с номиналом часто используют средние значения.

Рассмотрим простой пример.

В хозяйстве №1 урожайность: на поле №1 30 ц/га; на поле №2 70 ц/га.

Среднеарифметическая урожайность: $(30+70)/2=50$.

В хозяйстве №2 урожайность: на поле №1 20 ц/га; на поле №2 60 ц/га.

Среднеарифметическая урожайность: $(20+40)/2=30$.

У какого хозяйства результаты лучше? Можно сказать, что у №1?

Допустим, стало известно, что в хозяйстве №1 площадь поля №1 90 га и площадь поля №2 10 га, а в хозяйстве №2 площадь поля №1 10 га и площадь поля №2 90 га. Понятно, что чем на большей площади получена большая урожайность, тем лучше используется земля. Определим среднее так, чтобы в него каждая урожайность входила с коэффициентом (весом) пропорциональным площади на которой эта урожайность была получена.

В хозяйстве №1 средневзвешенная урожайность: $30 \cdot \frac{90}{90+10} + 70 \cdot \frac{10}{90+10} = 34$ ц/га .

В хозяйстве №2 средневзвешенная урожайность: $20 \cdot \frac{10}{10+90} + 60 \cdot \frac{90}{10+90} = 56$ ц/га .

Посмотрим теперь в немного более общем виде. Пусть S_1, U_1, P_1 и S_2, U_2, P_2 – площадь, урожайность и валовый сбор на полях 1 и 2 соответственно. Тогда

$$P_1=S_1 \cdot U_1; \quad P_2=S_2 \cdot U_2; \quad U = U_1 \cdot \frac{S_1}{S_1+S_2} + U_2 \cdot \frac{S_2}{S_1+S_2} = \frac{P_1+P_2}{S_1+S_2} = \frac{P}{S}.$$

То есть, если **валовый сбор разделить на общую площадь** – получим урожайность как **средневзвешенную по площадям отдельных участков**.

Надо также отметить, что $\frac{(10 \cdot P)}{(10 \cdot S)}$, иногда лучше чем $\frac{P}{S}$.

Рассмотрим еще производительность агрегата на какой-то работе:

$$W = \frac{S}{T}. \quad (3)$$

Предположим, агрегат работал на двух участках. Тогда $S = S_1 + S_2$, $T = t_1 + t_2$.

И производительность $W = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} = \frac{W_1 \cdot t_1 + W_2 \cdot t_2}{t_1 + t_2} = W_1 \cdot \frac{t_1}{t_1 + t_2} + W_2 \cdot \frac{t_2}{t_1 + t_2}$, составляется как средневзвешенная с весом времени работы на отдельных участках. Если условия на участках (фонах) отличаются не сильно (W_1 и W_2 также не сильно отличаются), то формулу [3] можно использовать для сравнения с номиналом или сравнения двух разных агрегатов. Однако если W_1 и W_2 отличаются сильно, то W , рассчитанная по формуле (3), будет «хорошей» оценкой если S_1 и S_2 (то есть и t_1 и t_2) **соответствуют соотношению фонов в хозяйстве**. В противном случае, возможно лучшей оценкой будет среднеарифметическое, когда W_1 и W_2 входят в W с весом $\frac{1}{2}$.

Школьная задача о средней скорости.

Пусть первую половину участка авто проехал со скоростью V_1 , а вторую со скоростью V_2 . Пройденный путь $S = S_1 + S_2 = V_1 \cdot t_1 + V_2 \cdot t_2$.

Средняя скорость $V = \frac{S}{t} = \frac{V_1 \cdot t_1 + V_2 \cdot t_2}{t_1 + t_2} = V_1 \cdot \frac{t_1}{t_1 + t_2} + V_2 \cdot \frac{t_2}{t_1 + t_2}$. То есть в среднюю скорость скорости на отдельных участках входят с весом времени прохождения данного участка.

Пусть общий путь S разделен на три участка в относительном соотношении $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ и скорости на этих участках были V_1, V_2, V_3 .

Средняя скорость $V = \frac{S}{t} = \frac{S}{\frac{\alpha_1 \cdot S}{v_1} + \frac{\alpha_2 \cdot S}{v_2} + \frac{\alpha_3 \cdot S}{v_3}} = \frac{1}{\frac{\alpha_1}{v_1} + \frac{\alpha_2}{v_2} + \frac{\alpha_3}{v_3}}$, или

$\frac{1}{V} = \alpha_1 \cdot \frac{1}{v_1} + \alpha_2 \cdot \frac{1}{v_2} + \alpha_3 \cdot \frac{1}{v_3}$, то есть обратная величина средней скорости равна сумме обратных величин скоростей на отдельных участках с коэффициентом пропорциональным относительной величине данного участка. Можно отметить также: чем больше скорость, тем меньший вклад она вносит в формирование средней, и если она **значительно больше** остальных, то ей можно **пренебречь** (вот так).

Не все в среднем средние.

Иногда «совсем среднее» вообще не имеют смысла – это, например, известная средняя температура по госпиталю.

Иногда для усреднения нужно отбирать только те члены совокупности, которые придадут этому среднему смысл. Например, пусть зарплата одного члена коллектива 2000000 руб., а у ста других членов 10000 руб. У всех **вместе** в ~среднем будет примерно **30000** руб. Но ста человекам от такого подсчета, мягко говоря, лучше не станет.

Почти как средние.

Возможно использование и составных критериев, когда разнородные факторы объединяются в одной оценке, например, **приведенные затраты** - показатель сравнительной экономической эффективности.

«Но это уже другая история».